

## TEM-507 – Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

3ο φυλλάδιο ασκήσεων – Παράδοση: 15 Ιουνίου 2015, 11:00

1. Άσκηση 1, σελίδα 153, σημειώσεις B.A. Δουγαλή.
2. Άσκηση 2, σελίδα 153, σημειώσεις B.A. Δουγαλή.
3. Έστω  $\Omega$  ένα τετράγωνο με σύνορο  $\partial\Omega$ . Αποδείξτε, χρησιμοποιώντας τον τύπο του Green, ότι

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 dx = \int_{\Omega} \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} dx, \quad \forall v \in H_0^2(\Omega)$$

Υπενθυμίζουμε ότι  $H_0^2 = \{v \in {}^2(\Omega) : v = \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \text{ στο } \partial\Omega\}$ . Χρησιμοποιήστε την παραπάνω σχέση για να δείξετε ότι υπάρχει σταθερά  $C > 0$  τέτοια ώστε

$$\|v\|_{H^2(\Omega)}^2 \leq C \int_{\Omega} (\Delta v)^2 dx, \quad \forall v \in H_0^2(\Omega).$$