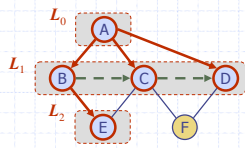


Breadth-First Search



5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

1

Κύρια σημεία για μελέτη

- ◆ Breadth-first search (§6.3.3)
 - Αλγόριθμος
 - Παράδειγμα
 - Ιδιότητες
 - Ανάλυση
 - Εφαρμογές
- ◆ DFS vs. BFS (§6.3.3)
 - Σύγκριση εφαρμογών
 - Σύγκριση των edge labels

5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

2

Breadth-First Search

Η Breadth-first search (BFS) είναι μια γενική τεχνική για την διάσχιση ενός γράφου.

- ◆ Μια BFS διάσχιση ενός γράφου G

- Επισκέπτεται όλους τους κόμβους και όλες τις ακμές του G .
- Καθορίζει αν ο G είναι συνδεδεμένος.
- Υπολογίζει τα συνδεδεμένα συστατικά του G .
- Υπολογίζει ένα spanning forest του G .

- ◆ Μια BFS σε έναν κόμβο με n κόμβους και m ακμές παίρνει χρόνο $O(n + m)$

- ◆ Η BFS μπορεί να επεκταθεί περαιτέρω ώστε να λύνει και άλλα προβλήματα γράφων.
 - Μπορεί να βρει και να αναφέρει ένα μονοπάτι με τον ελάχιστο αριθμό ακμών που συνδέει δύο δεδομένους κόμβους.
 - Να βρει έναν απλό κύκλο, αν υπάρχει.

5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

3

Ο αλγόριθμος BFS

- ◆ Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί έναν μηχανισμό για να θέτει και να ανακτά "ετικέτες" των κόμβων και των ακμών.

```

Algorithm BFS( $G$ )
  Input graph  $G$ 
  Output labeling of the edges
  and partition of the
  vertices of  $G$ 
  for all  $u \in G.vertices()$ 
    setLabel( $u$ , UNEXPLORED)
  for all  $e \in G.edges()$ 
    setLabel( $e$ , UNEXPLORED)
  for all  $v \in G.vertices()$ 
    if getLabel( $v$ ) = UNEXPLORED
      BFS( $G$ ,  $v$ )
    
```

```






Algorithm BFS( $G$ ,  $s$ )
   $L_0 \leftarrow$  new empty sequence
   $L_0.insertLast(s)$ 
  setLabel( $s$ , VISITED)
   $i \leftarrow 0$ 
  while  $\neg L_i.isEmpty()$ 
     $L_{i+1} \leftarrow$  new empty sequence
    for all  $v \in L_i.elements()$ 
      for all  $e \in G.incidentEdges(v)$ 
        if getLabel( $e$ ) = UNEXPLORED
           $w \leftarrow opposite(v, e)$ 
          if getLabel( $w$ ) = UNEXPLORED
            setLabel( $w$ , DISCOVERY)
            setLabel( $w$ , VISITED)
             $L_{i+1}.insertLast(w)$ 
          else
            setLabel( $e$ , CROSS)
        
```

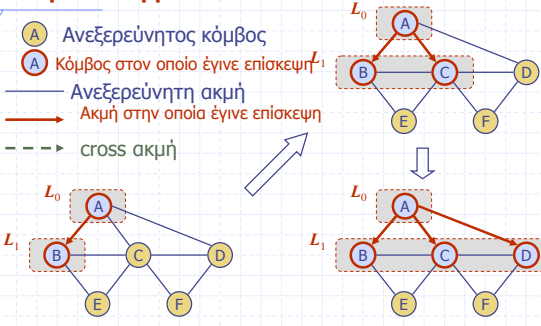
5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

4

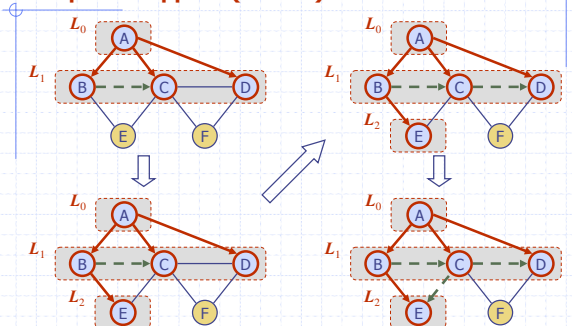
Παράδειγμα

-  Ανεξερεύνητος κόμβος
-  Κόμβος στον οποίο έγινε επίσκεψη^{L_i}
-  Ανεξερεύνητη ακμή
-  Ακμή στην οποία έγινε επίσκεψη
-  cross ακμή



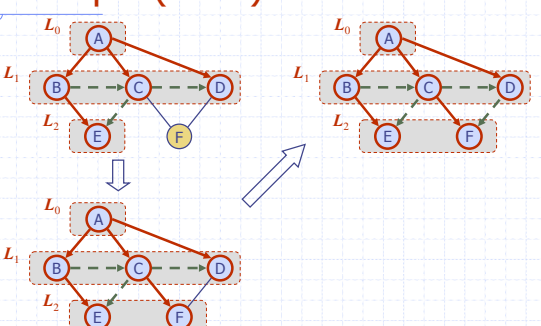
5/26/2005 5:31 PM Breadth-First Search 5

Παράδειγμα (συν.)



5/26/2005 5:31 PM Breadth-First Search 6

Example (cont.)



5/26/2005 5:31 PM Breadth-First Search 7

Ιδιότητες

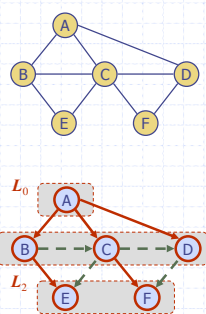
Συμβολισμός
 G_s : συνδεδεμένο συστατικό του s

Ιδιότητα 1
 Ο $BFS(G, s)$ επισκέπτεται όλους τους κόμβους και τις ακμές του G_s

Ιδιότητα 2
 Οι discovery ακμές που μαρκάρονται από τον $BFS(G, s)$ σχηματίζουν ένα spanning tree T_s του G_s

Ιδιότητα 3
 Για κάθε κόμβο v στο L_i

- Το μονοπάτι του T_s από τον s στο v έχει i ακμές
- Κάθε μονοπάτι από το s στο v στον G έχει τουλάχιστον i ακμές



5/26/2005 5:31 PM Breadth-First Search 8

Ανάλυση

- ◆ Η ανάθεση/ανάκτηση μιας ετικέτας κόμβου/ακμής παίρνει χρόνο $O(1)$
- ◆ Κάθε κόμβος παίρνει ετικέτα δύο φορές
 - Μια φορά ως UNEXPLORED
 - Μια φορά ως VISITED
- ◆ Κάθε ακμή παίρνει ετικέτα δύο φορές
 - Μια φορά ως UNEXPLORED
 - Μία φορά ως DISCOVERY ή CROSS
- ◆ Κάθε κόμβος εισάγεται μία φορά μέσα σε μια ακολουθία L_i
- ◆ Η μέθοδος incidentEdges καλείται μια φορά για κάθε κόμβο.
- ◆ Ο BFS τρέχει σε χρόνο $O(n + m)$ δεδομένου ότι ο γράφος αναπαρίσταται με τη δομή adjacency list

◆ Ομοιωθείτε ότι $\sum_i \deg(v_i) = 2m$

5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

9

Εφαρμογές

- ◆ Χρησιμοποιώντας το template method πρότυπο, μπορούμε να ειδικεύσουμε την BFS διάσχιση ενός γράφου G για να λύσουμε τα ακόλουθα προβλήματα σε χρόνο $O(n + m)$
 - Να υπολογίσουμε τα συνδεδεμένα συστατικά του G
 - Να υπολογίσουμε ένα spanning δάσος του G
 - Να βρούμε έναν απλό κύκλο στον γράφο G , ή να αναφέρουμε ότι ο G είναι ένα δάσος.
 - Δεδομένων δύο κόμβων του G , να βρούμε ένα μονοπάτι στον G ανάμεσα στους κόμβους αυτούς με τον ελάχιστο αριθμός ακμών, ή να αναφέρουμε ότι δεν υπάρχει τέτοιο μονοπάτι.

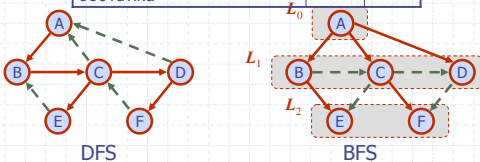
5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

10

DFS vs. BFS

Εφαρμογή	DFS	BFS
Spanning δάσος, συνδεδεμένα συστατικά, μονοπάτια, κύκλοι	✓	✓
Συνοτμότερα μονοπάτια		✓
Διπλά συνδεδεμένα συστατικά	✓	



5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

11

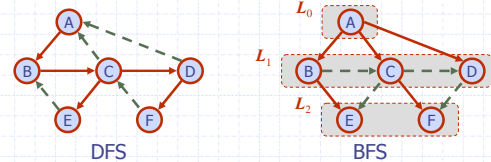
DFS vs. BFS (συν.)

Back edge (v, w)

- w είναι ένας πρόγονος του v στο δέντρο των discovery ακμών

Cross edge (v, w)

- w είναι το ίδιο επίπεδο όπως το v ή στο επόμενο επίπεδο στο δέντρο των discovery ακμών



5/26/2005 5:31 PM

Breadth-First Search

12