

Άσκηση 5

Ημερομηνία Παράδοσης: 11 Ιουνίου 2008

Σημειώσεις:

1. Στις απαντήσεις που θα παραδώσετε σημειώστε στην πρώτη σελίδα το ονοματεπώνυμό σας, τον αριθμό μητρώου σας και το τμήμα σας.
2. Οι ασκήσεις πρέπει να γίνουν ατομικά. Οποιαδήποτε μορφή αντιγραφής απαγορεύεται.
3. Η παρούσα άσκηση πρέπει να παραδοθεί το αργότερο μέχρι την αρχή του εξέτασης του μαθήματος στις 11 Ιουνίου, δηλαδή μέχρι τις 13:00. Καθυστερημένες ασκήσεις δε θα γίνουν δεκτές.
4. Η παρούσα άσκηση είναι προαιρετική. Στην περίπτωση που δεν την παραδώσετε ο μέσος όρος βαθμολογίας σας των ασκήσεων θα υπολογιστεί με βάση τις τέσσερις πρώτες ασκήσεις. Στην περίπτωση που την παραδώσετε για τον υπολογισμό του μέσου όρου της βαθμολογίας των ασκήσεων θα επιλεγούν οι τέσσερις καλύτερες βαθμολογίες σας μεταξύ των πέντε ασκήσεων.
5. Σε περίπτωση που έχετε ερωτήσεις στείλτε email στην ηλεκτρονική λίστα του μαθήματος: hy240-list@tem.uoc.gr

Πρόβλημα 1 [30 μονάδες] Θεωρήστε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα G . Λέμε ότι το G είναι *συνεκτικό* αν για κάθε ζευγάρι κόμβων u και v του G υπάρχει μονοπάτι από τον u στον v . Ένα γράφημα G' λέγεται *υπογράφημα* ενός γραφήματος G αν το σύνολο των κόμβων του G' είναι υποσύνολο των κόμβων του G και το σύνολο των ακμών του G' είναι

1. υποσύνολο των ακμών του G , και
2. κάθε ακμή στο σύνολο των ακμών του G' έχει άκρα που είναι κόμβοι του G' .

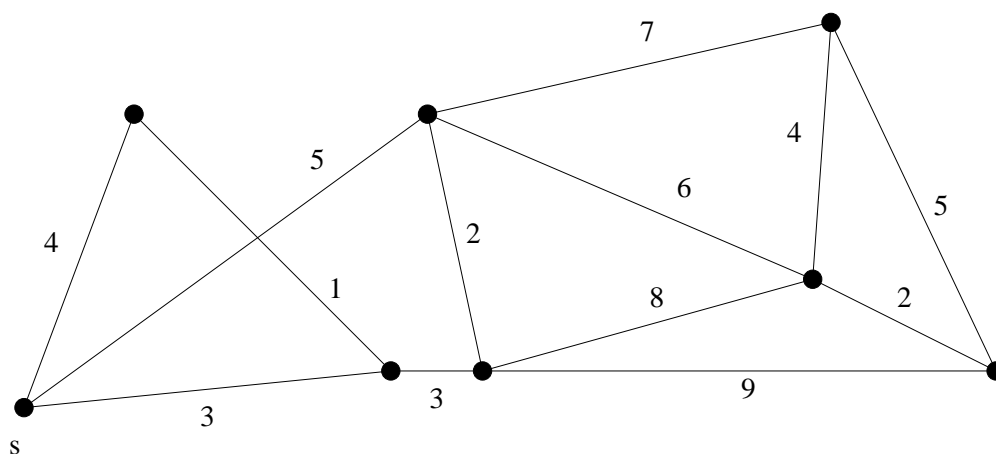
Μία *συνεκτική συνιστώσα* G' ενός γραφήματος G είναι ένα μεγίστου μεγέθους συνεκτικό υπογράφημα του G , όπου το η έννοια του μεγίστου αναφέρεται στο ότι δεν είναι δυνατόν να βρούμε ένα άλλο υπογράφημα $G'' \neq G'$ του G , τέτοιο ώστε το G' να είναι υπογράφημα του G'' και το G'' να είναι συνεκτικό.

Θεωρήστε τώρα ένα γράφημα G με k συνεκτικές συνιστώσες. Αν προσθέσουμε μία οποιαδήποτε ακμή στο G πώς είναι δυνατόν να μεταβληθεί ο αριθμός των συνεκτικών συνιστωσών του G ;

Πώς και σε πόσο χρόνο μπορείτε να υπολογίσετε τον αριθμό των συνεκτικών συνιστωσών ενός γραφήματος G ;

Πρόβλημα 2 [30 μονάδες] Έστω μη κατευθυνόμενο γράφημα $G = (V, E)$ όπου $|V| = N$ και $|E| = M$. Υποθέστε ότι θέλετε να χρωματίσετε κάθε κόμβο του G με κόκκινο ή μπλε χρώμα έτσι ώστε δύο ξειτονικοί κόμβοι να μην έχουν το ίδιο χρώμα. Σχεδιάστε έναν αλγόριθμο χρόνου $O(N + M)$ ο οποίος είτε μας δίνει ένα τέτοιο χρωματισμό είτε μας λέει ότι τέτοιος χρωματισμός δεν υπάρχει.

Πρόβλημα 3 [40 μονάδες] Βρείτε τα ελάχιστα μονοπάτια και τα μήκη των ελαχίστων μονοπατιών από τον κόμβο s σε κάθε άλλο κόμβο του βεβαρυμένου γραφήματος που σας δίνεται παρακάτω. Εξηγήστε αναλυτικά τα βήματα του αλγορίθμου σας.



Σύνολο μονάδων: 100