

Άσκηση 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 24 Μαρτίου 2008

Σημειώσεις:

1. Στις απαντήσεις που θα παραδώσετε σημειώστε στην πρώτη σελίδα το ονοματεπώνυμό σας, τον αριθμό μητρώου σας και το τμήμα σας.
2. Οι ασκήσεις πρέπει να γίνουν ατομικά. Οποιαδήποτε μορφή αντιγραφής απαγορεύεται.
3. Η παρούσα άσκηση πρέπει να παραδοθεί το αργότερο μέχρι την αρχή του μαθήματος της 24ης Μαρτίου, δηλαδή μέχρι τις 15:15. Καθυστερημένες ασκήσεις δε θα γίνουν δεκτές.
4. Σε περίπτωση που έχετε ερωτήσεις στείλτε email στην ηλεκτρονική λίστα του μαθήματος: hy240-list@tem.uoc.gr

Πρόβλημα 1 [25 μονάδες] Ταξινομήστε, σε αύξουσα σειρά, τις παρακάτω συναρτήσεις σύμφωνα με τον O -συμβολισμό. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

$$\log n \quad \log \log^2 n \quad (\sqrt{2} + 1)^n \quad \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad n^2 \ln n \quad \sqrt{2}^{\sqrt{n}} \quad \frac{n}{\lg n}$$

Πρόβλημα 2 [15 μονάδες] Αποδείξτε ότι: $\max\{f(n), g(n)\} = O(f(n) + g(n))$.

Πρόβλημα 3 [30 μονάδες] Έστω ότι σε μια δομή δεδομένων Δ , μια λειτουργία της Λ κοστίζει $O(\log^2 n)$ αποσβημένο χρόνο. Σε μια ακολουθία n κλήσεων της Λ , πόσες το πολύ κλήσεις της Λ είναι δυνατόν να κοστίζουν:

1. $\Theta(\log \log n)$
2. $\Theta(\log n)$
3. $\Theta(\log^2 n)$
4. $\Theta(\log^3 n)$
5. $\Theta(\log^4 n)$
6. $\Theta(\sqrt{n})$

Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Πρόβλημα 4 [30 μονάδες] Θεωρήστε τον παρακάτω κώδικα σε C ο οποίος δεδομένου ενός πίνακα A από double μεγέθους n υπολογίζει το μικρότερο και μεγαλύτερο μικρότερο στοιχείο του A. Υπολογίστε το χειρότερο (δηλ. μέγιστο) δυνατό αριθμό στοιχειωδών πράξεων (υπολογισμός έκφρασης, συγκρίσεις, καταχωρήσεις τιμών, κλήσεις μεθόδων, indexing, pointer dereferencing, επιστροφή από μέθοδο) στον παρακάτω κώδικα ως συνάρτηση του n. Ποιός μέγιστος δυνατός αριθμός συγκρίσεων μεταξύ στοιχείων του A που εκτελεί ο παρακάτω κώδικας;

```
void minmax(const double A[], unsigned int n, double* min, double* max)
{
    if ( n == 0 ) { return; }

    double lmin, lmax;
    unsigned int i, istart, iend = n - 1;

    if ( n % 2 == 1 ) {
        lmin = lmax = A[0];
        istart = 1;
    } else {
        if ( A[0] <= A[1] ) {
            lmin = A[0];
            lmax = A[1];
        } else {
            lmin = A[1];
            lmax = A[0];
        }
        istart = 2;
    }

    for ( i = istart; i < iend; i += 2 ) {
        unsigned int j = i + 1;
        if ( A[i] <= A[j] ) {
            if ( A[i] < lmin ) { lmin = A[i]; }
            if ( A[j] > lmax ) { lmax = A[j]; }
        } else {
            if ( A[i] > lmax ) { lmax = A[i]; }
            if ( A[j] < lmin ) { lmin = A[j]; }
        }
    }
    *min = lmin;
    *max = lmax;
}
```

Ποιός ο μέγιστος δυνατός αριθμός αναθέσεων double αριθμών στο παραπάνω πρόγραμμα (δώστε χωριστή απάντηση για τις περιπτώσεις n άρτιος και n περιττός); Δώστε παραδείγματα πινάκων με 9 και 10 στοιχεία για τους οποίους επιτυγχάνεται ο χειρότερος δυνατός αριθμός αναθέσεων που υπολογίσατε.

Σύνολο μονάδων: 100