

Άσκηση 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 14 Νοεμβρίου 2007

Σημειώσεις:

1. Στις απαντήσεις που θα παραδώσετε σημειώστε στην πρώτη σελίδα το ονοματεπώνυμό σας, τον αριθμό μητρώου σας και το τμήμα σας.
2. Οι ασκήσεις πρέπει να γίνουν ατομικά. Οποιαδήποτε μορφή αντιγραφής απαγορεύεται.
3. Η παρούσα άσκηση πρέπει να παραδοθεί το αργότερο μέχρι την αρχή του μαθήματος της 14ης Νοεμβρίου, δηλαδή μέχρι τις 09:15. Καθυστερημένες ασκήσεις δε θα γίνουν δεκτές.
4. Σε περίπτωση που έχετε ερωτήσεις στείλτε email στην ηλεκτρονική λίστα του μαθήματος: em203-list@tem.uoc.gr

Πρόβλημα 1 [20 μονάδες] Σε ορισμένες γλώσσες προγραμματισμού, τα σχόλια τοποθετούνται ανάμεσα σε οριζήτες, όπως οι $/*$ και $*/$. Έστω C η γλώσσα που περιλαμβάνει όλες τις έγκυρα οριοθετημένες λέξεις-σχόλια. Κάθε μέλος της C θα πρέπει να ξεκινά με τα σύμβολα $/*$ και να τελειώνει με τα σύμβολα $*/$, χωρίς να παρεμβάλλεται πουθενά στο ενδιάμεσο το σύμπλεγμα $*/$. Χάρην απλότητας, υποθέτουμε ότι τα σχόλια καθ' εαυτά είναι γραμμένα μόνο με τα σύμβολα a και b , οπότε το αλφάβητο της C είναι το $\Sigma = \{a, b, /, *\}$.

(α') [10 μονάδες] Κατασκευάστε ένα αιτιοκρατικό αυτόματο που να αναγνωρίζει την C .

(β') [10 μονάδες] Παραθέστε μια κανονική έκφραση που να παράγει την C .

Πρόβλημα 2 [15 μονάδες] Για οποιαδήποτε λέξη $w = w_1w_2 \cdots w_n$, η **ανάστροφή** της, η οποία συμβολίζεται με w^R , είναι η λέξη $w_n \cdots w_2w_1$ που προκύπτει από την w εάν αντιστρέψουμε τη σειρά των συμβόλων της. Για οποιαδήποτε γλώσσα A , έστω $A^R = \{w^R \mid w \in A\}$. Δείξτε ότι, εάν η A είναι κανονική, τότε και η A^R είναι κανονική.

Υπόδειξη: Εφ' όσον η A είναι κανονική υπάρχει αυτόματο M που την αναγνωρίζει. Με βάση το αυτόματο M κατασκευάστε ένα άλλο αυτόματο που να αναγνωρίζει την A^R .

Πρόβλημα 3 [20 μονάδες] Δείξτε ότι οι παρακάτω γλώσσες δεν είναι κανονικές.

(α') [10 μονάδες] $L_1 = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 2\}$

(β') [10 μονάδες] $L_2 = \{wtw \mid w, t \in \{0, 1\}^+\}$

Πρόβλημα 4 [25 μονάδες] Έστω η γλώσσα

$$F = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ και εάν } i = 2 \text{ τότε } j = 2k\}.$$

(α') [10 μονάδες] Δείξτε ότι η F δεν είναι κανονική γλώσσα.

(β') [10 μονάδες] Δείξτε ότι η F συμπεριφέρεται σαν κανονική γλώσσα όσον αφορά το λήμμα άντλησης. Με άλλα λόγια, βρείτε ένα μήκος άντλησης p και δείξτε ότι η F ικανοποιεί τις τρεις συνθήκες του λήμματος άντλησης για το συγκεκριμένο p .

(γ') [5 μονάδες] Εξηγήστε γιατί τα ερωτήματα (α') και (β') δεν αντιφάσκουν προς το λήμμα άντλησης.

Πρόβλημα 5 [20 μονάδες] Σύμφωνα με το λήμμα άντλησης, για κάθε κανονική γλώσσα υπάρχει κάποιο μήκος άντλησης p τέτοιο ώστε οποιαδήποτε λέξη της γλώσσας με μήκος p ή μεγαλύτερο να επιδέχεται άντληση. Προφανώς εάν το p είναι κάποιο μήκος άντλησης για τη γλώσσα A , τότε το ίδιο ισχύει και για οποιοδήποτε μήκος $p' \geq p$. Ορίζουμε ως **ελάχιστο μήκος άντλησης** για την A το μικρότερο p που συνιστά μήκος άντλησης για την A . Για παράδειγμα, για $A = 01^*$, το ελάχιστο μήκος άντλησης είναι 2. Ο λόγος είναι ότι η λέξη $s = 0$ έχει μήκος 1 και ανήκει στην A , αλλά δεν επιδέχεται άντληση. Αντιθέτως, οποιαδήποτε λέξη της A με μήκος μεγαλύτερο ή ίσο του 2 περιέχει ένα 1, και άρα επιδέχεται άντληση διαιρούμενη έτσι ώστε $x = 0$, $y = 1$, και z η υπόλοιπη λέξη.

Για τις παρακάτω δύο γλώσσες, βρείτε το ελάχιστο μήκος άντλησης και δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(α') [10 μονάδες] $101 \cup 0^+1^*$

(β') [10 μονάδες] $1^*001^*0001^*$

Σύνολο μονάδων: 100