

Άσκηση 4

Ημερομηνία Παράδοσης: 19 Δεκεμβρίου 2006

Σημειώσεις:

1. Στις απαντήσεις που θα παραδώσετε σημειώστε στην πρώτη σελίδα το ονοματεπώνυμό σας, τον αριθμό μητρώου σας και το τμήμα σας.
2. Οι ασκήσεις πρέπει να γίνουν ατομικά. Οποιαδήποτε μορφή αντιγραφής απαγορεύεται.
3. Η παρούσα άσκηση πρέπει να παραδοθεί το αργότερο μέχρι την αρχή του μαθήματος της 19ης Δεκεμβρίου, δηλαδή μέχρι τις 15:15. Καθυστερημένες ασκήσεις δε θα γίνουν δεκτές.
4. Σε περίπτωση που έχετε ερωτήσεις στείλτε email στην ηλεκτρονική λίστα του μαθήματος: em201-list@tem.uoc.gr

Πρόβλημα 1 [30 μονάδες] Προσδιορίστε τη διακριτή αριθμητική συνάρτηση που αντιστοιχεί σε κάθε μία από τις παρακάτω γεννήτριες συναρτήσεις:

(α') [10 μονάδες]

$$A(z) = \frac{1 + z^2}{4 - 4z - z^2}$$

(β') [10 μονάδες]

$$A(z) = \frac{1}{1 - z^3}$$

(γ') [10 μονάδες]

$$A(z) = \frac{1}{(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^3)}$$

Πρόβλημα 2 [10 μονάδες] Έστω

$$a_n = \sum_{i=0}^n i^2.$$

(α') [5 μονάδες] Δείξτε ότι η a_n είναι $O(n^3)$.

(β') [5 μονάδες] Δείξτε ότι η a_n είναι $n^3/3 + O(n^2)$.

Πρόβλημα 3 [20 μονάδες] Επιλύστε την εξίσωση διαφορών

$$a_n - 5a_{n-1} = 3^n + 45^n, \quad n \geq 1,$$

δεδομένου ότι $a_0 = 2$.

Πρόβλημα 4 [20 μονάδες] Επιλύστε την εξίσωση διαφορών

$$a_n - 28a_{n-1} + 187a_{n-2} = f(n), \quad n \geq 2,$$

όπου

$$f(n) = \begin{cases} 11, & n = 11 \\ 17, & n = 17, \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

και δεδομένου ότι $a_0 = 11$, $a_1 = 17$.

Πρόβλημα 5 [20 μονάδες] Επιλύστε την εξίσωση διαφορών

$$3a_n^2 - a_{n-1}a_{n-2} = 0, \quad n \geq 2,$$

δεδομένου ότι $a_0 = 9$, $a_1 = 81$.

Σύνολο μονάδων: 100