



Πέμπτη 4 Απριλίου 2019

Γ. Καραλή, Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 9

1)[⊗] Βρείτε τα κρίσιμα σημεία και προσδιορίστε τη φύση τους

(i) $f(x, y) = 1 + x^2 - y^2$,

(ii) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$,

(iii) $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3 \arctan \frac{y}{x}$.

2)[⊗] Βρείτε το σημείο του επιπέδου $2x - y + 2z = 20$ που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.

3)[⊗] Αποδείξτε ότι μεταξύ των ορθογώνιων κουτιών όγκου 1 m^3 , εκείνο που έχει το ελάχιστο εμβαδό επιφάνειας, είναι ο κύβος.

4) Προσδιορίστε τη μέγιστη και ελάχιστη απόσταση της αρχής των αξόνων από την καμπύλη $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$.

5) Έστω $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$ διαφορετικά ανά 2 σημεία του $\mathbf{R}^n$. Δείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2,$$

έχει ελάχιστη τιμή στο σημείο $\mathbf{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i$, το κέντρο βάρους των $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)