



Πέμπτη 7 Νοεμβρίου 2019

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός Ι – Τμήμα Β

Φυλλάδιο 7

1)[⊗] Για ποιες τιμές του $a \in \mathbf{R}$ είναι συνεχής η συνάρτηση:

$$(i) f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad (ii) g(x) = \begin{cases} x^a \sin x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

Για ποιες τιμές του $a \in \mathbf{R}$ είναι οι παραπάνω συναρτήσεις παραγωγίσιμες;

2)[⊗] Δείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{\ln(x^4 + 12)}{|x| + 6}, \quad x \in \mathbf{R},$$

είναι φραγμένη στο \mathbf{R} . Λαμβάνει μέγιστη τιμή; Λαμβάνει ελάχιστη τιμή;

3)[⊗] Δείξτε ότι η εξίσωση $e^x = x + 2$, έχει τουλάχιστον 2 ρίζες.

4)[⊗] Δείξτε ότι η εξίσωση $e^x = |x^4 - 64x^3 + 126x + 16|$ έχει τουλάχιστον μία πραγματική λύση.

5)[⊗] Βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων

$$y = \arccos x, \quad y = \arcsin \cos x,$$

6) Έστω $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής στο 0 και $0 < \mu < 1$. Αν

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(\mu x)}{x} = b \in \mathbf{R},$$

δείξτε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 0 και $f'(0) = \frac{b}{1-\mu}$.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)