



Τρίτη 17 Οκτωβρίου 2017
Διδάσκων: Σ. Φίλιππας

ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Φυλλάδιο 3

1) (α) Έστω L γραμμικό και συνεχές συναρτησοειδές στον χώρο $(\mathcal{E}, \|\cdot\|)$. Δείξτε ότι υπάρχει θετική σταθερά $K = K(L)$ τ.ω.

$$|L(\phi)| \leq K\|\phi\|.$$

(β) Αν το συναρτησοειδές $J[y]$ που ορίζεται στον χώρο $(\mathcal{E}, \|\cdot\|)$ είναι διαφορίσιμο δείξτε ότι και το $(J[y])^2$ είναι διαφορίσιμο και βρείτε τύπο για το διαφορικό του.

(γ) Αν δύο διαφορίσιμα συναρτησοειδή που ορίζονται στον ίδιο χώρο έχουν το ίδιο διαφορικό σε κάθε 'σημείο' του χώρου, τότε διαφέρουν κατά μία σταθερά.

2) Βρείτε τα ακρότατα των παρακάτω συναρτησοειδών.

(α) $\int_a^b (y^2 + y'^2 - 2y \sin x) dx$,

(β) $\int_a^b (y^2 + y'^2 - 2ye^x) dx$,

(γ) $\int_a^b \frac{y'^2}{x^3} dx$.

3) Να βρείτε το ακρότατο του

$$J(y) = \int_0^1 (1+x)y'^2 dx, \quad y \in C^2[0, 1], \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

Ποιό είναι το ακρότατο αν η συνοριακή συνθήκη στο $x = 1$ γίνει $y'(1) = 0$;

(Η Άσκηση 1 είναι θεωρητική και πιο απαιτητική.)