

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Φυλλάδιο 9

1) Βρείτε το μήκος των παρακάτω καμπυλών

(α) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$, από $x = 1$ έως $x = 3$.

(β) $y = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{8}x^{\frac{2}{3}} + 5$, από $x = 1$ έως $x = 8$.

(γ) $x = \cos t$, $y = t + \sin t$, από $t = 0$ έως $t = \pi$.

2) Υπάρχει λεία καμπύλη $y = f(x)$ τέτοια ώστε για κάθε $a > 0$ το μήκος της στο διάστημα $0 \leq x \leq a$ να είναι ίσο με $a\sqrt{2}$;

3) Δίδονται οι συναρτήσεις πυκνότητας λεπτών ράβδων που βρίσκονται επι του άξονα x . Βρείτε τη ροπή ως προς την αρχή των αξόνων, τη μάζα και το κέντρο μάζας κάθε ράβδου.

(α) $\rho(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$, $0 \leq x \leq 4$.

(β) $\rho(x) = \begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$

4) Βρείτε τα όρια (εφόσον υπάρχουν) των παρακάτω ακολουθιών.

$$\frac{n + (-1)^n}{n}, \quad \frac{n + 3}{4n^2 - 5n + 2}, \quad (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n}\right), \quad \frac{\sin n}{n},$$

$$\left(\frac{n}{n+1}\right)^n, \quad \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n, \quad \tan^{-1} n, \quad n \sin \frac{1}{n}, \quad n^{\frac{1}{n}}.$$