

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Φυλλάδιο 6

1) Βρείτε τα παρακάτω όρια

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \tan x, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x - \ln \sin x) .$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln 2x - \ln(x+1)), \quad \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x^2}{e^x - x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{e^x - x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sin x}} .$$

2) Βρείτε την c ώστε η συνάρτηση $f(x)$ όπου

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9x-3\sin 3x}{5x^3}, & x \neq 0 \\ c, & x = 0, \end{cases}$$

να είναι συνεχής στο 0.

3) Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα με κατάλληλη αντικατάσταση

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{8x^2+1}}, \quad \int \frac{dx}{x-\sqrt{x}}, \quad \int \frac{1}{\theta^2} \csc \frac{1}{\theta} d\theta, \quad \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}, \quad \int \frac{2^{\ln x} dx}{x},$$

$$\int 10^{2x} dx, \quad \int ((x^2-1)(x+1))^{-2/3} dx .$$

Υποδ. Για το τελευταίο χρησιμοποιήστε την αντικατάσταση $u = \frac{1}{x+1}$.

4) Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα με ολοκλήρωση κατά μέρη (παράγοντες)

$$\int t^2 \cos t dt, \quad \int x^3 \ln x dx, \quad \int x^3 e^{-x} dx, \quad \int e^x \sin x dx, \quad \int (\ln x)^3 dx .$$

5) Υπολογίστε τα παρακάτω αόριστα ολοκληρώματα

$$\int \frac{dx}{1-x^2}, \quad \int \frac{dx}{(x^2-1)^2}, \quad \int \frac{e^t dt}{e^{2t}+5} .$$