

Δευτέρα 2 Νοεμβρίου 2015

Σ. Φίλιππας

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Φυλλάδιο 5

1) Για ποιές τιμές των a , b και m πληροί η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x = 0 \\ -x^2 + 3x + a, & 0 < x < 1 \\ mx + b, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

τις προϋποθέσεις του Θεωρήματος Μέσης τιμής στο $[0,2]$;

2) Βρείτε όλες τις συναρτήσεις που ικανοποιούν

$$(a) y_1' = \frac{1}{x^2}, \quad (b) y_2' = 4x - \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad (c) y_3' = x^2 + 1, \quad y_3(0) = 2, \quad (d) y^2 y' = x.$$

3) Για τις παρακάτω συναρτήσεις σχεδιάστε τη γραφική παράσταση και συγκεκριμένα βρείτε που είναι αύξουσα, που είναι φθίνουσα, μέγιστα, ελάχιστα, που στρέφει τα κοίλα άνω ή κάτω.

$$y_1 = 4x^3 + 21x^2 + 36x - 20, \quad y_2 = x^{1/3}(x - 4), \quad y_3 = x^2\sqrt{9 - x^2}, \quad y_4 = \frac{x}{x^2 + 1},$$

$$y_5 = \begin{cases} 3 - x^2, & x < 0 \\ x^2 + 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

4) Δείξτε ότι για τυχαίους αριθμούς a και b ισχύει: $|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$

5) Σωστό ή λάθος; Αν $1 < a < b$ τότε υπάρχει $c \in (a, b)$ τέτοιο ώστε:

$$\frac{\ln a}{\ln b} = e^{\frac{a-b}{c \ln c}}.$$