

Δευτέρα 12 Οκτωβρίου 2015

Σ. Φίλιππας

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Φυλλάδιο 3

1) Σε ποιά διαστήματα είναι συνεχείς οι παρακάτω συναρτήσεις;

$$y_1 = \frac{1}{(x-1)(x-2)} + 2, \quad y_2 = \frac{x}{|x|+2}, \quad y_3 = \frac{\cos x}{x}, \quad y_4 = x[x].$$

2) Αληθεύει ότι μία συνεχής συνάρτηση που δεν μηδενίζεται ποτέ σε κάποιο διάστημα δεν αλλάζει πρόσημο στο διάστημα αυτό; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3) Στις παρακάτω καμπύλες βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στα αντίστοιχα σημεία:

$$(a) \quad y = 4 - x^2, \quad (-1, 3), \quad (b) \quad y = 1/x^3 \quad (-2, -1/8), \quad (c) \quad y = \frac{x}{x-2} \quad (3, 3).$$

4) Βρείτε την εξίσωση για την εφαπτόμενη της καμπύλης $y = \sqrt{x}$ που έχει κλίση $1/4$.

5) Ελέγξτε αν τα γραφήματα των παρακάτω συναρτήσεων έχουν εφαπτόμενη στην αρχή των αξόνων.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}, \quad (b) \quad g(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

6) Η ακτίνα ενός κύκλου μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με τον τύπο $r(t) = t^3 + t + 1$. Κατα τη χρονική στιγμή $t_0 = 3$, ποιος είναι ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της (α) επιφάνειας του κύκλου (β) της περιφέρειας του κύκλου; Ποιοί είναι οι αντίστοιχοι μέσοι ρυθμοί μεταβολής μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 2$ και $t_2 = 4$;