

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Φυλλάδιο 10

1) Μία μπάλα αφήνεται ελεύθερη απο ύψος 2 μέτρα και αναπηδά σε δάπεδο. Μετά απο κάθε αναπήδηση φθάνει σε ύψος που είναι το μισό απο το ύψος που πέφτει. (α) Πόσο είναι το συνολικό μήκος που καλύπτει; (β) Επί πόσο χρόνο αναπηδά η μπάλα; (γ) Πόσες αναπηδήσεις κάνει συνολικά;

2) Υπολογίστε τα αθροίσματα των παρακάτω σειρών

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} - \frac{2}{3^n} \right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3)(4n-1)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}.$$

3) Ελέγξτε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2})^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n.$$

4) Ελέγξτε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές, με το κριτήριο του ολοκληρώματος

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{1+e^{2n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

5) Ελέγξτε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές, με το κριτήριο σύγκρισης (άμεσης ή οριακής)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cos n + n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^2}{n^{\frac{3}{2}}}.$$

6) Ελέγξτε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω εναλλασσόμενες σειρές,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cos n + n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2 + 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{10n + 1}.$$