



Πέμπτη 15 Μαρτίου 2018
Διδάσκων: Σ. Φίλιππας

MEM215 Συναρτησιακή Ανάλυση

Φυλλάδιο 5

1) Έστω $T : (X, \|\cdot\|_1) \rightarrow (Y, \|\cdot\|_2)$ τελεστής γραμμικός αλλά όχι συνεχής. Δείξτε ότι υπάρχει ακολουθία $(x_n) \in X$ τ.ω. $x_n \rightarrow 0$ και $\|Tx_n\|_2 \rightarrow \infty$.

2) Έστω $T : C[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ το γραμμικό συναρτησιακό

$$Tf = f(0) .$$

Δείξτε ότι

(α) αν εφοδιάσουμε τον $C[0, 1]$ με την νόρμα $\|f\|_\infty = \sup_{x \in [0, 1]} |f(x)|$, τότε ο T είναι φραγμένος και υπολογίστε τη νόρμα του.

(β) αν εφοδιάσουμε τον $C[0, 1]$ με την νόρμα

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx ,$$

ο T είναι μη φραγμένος.

3) Σελ. 81, Ασκήση 1.