



MEM215 Συναρτησιακή Ανάλυση

Φυλλάδιο 2

1). Ποιές απο τις παρακάτω έννοιες εξαρτώνται απο την Τοπολογία και ποιές απο τη μετρική;

Συγκλίνουσα ακολουθία, συνέχεια, ομοιόμορφη συνέχεια, ακολουθία Cauchy, συμπαγεια, πληρότητα.

2) Δείξτε οτι κάθε συμπαγής μετρικός χώρος είναι διαχωρίσιμος (βλ. Ασκηση 6, κεφ. 4).

3) Αν $1 < p < q < \infty$ δείξτε οτι

$$l_1 \subset l_p \subset l_q \subset l_\infty ,$$

όπου στην παραπάνω σχέση τα υποσύνολα είναι γνήσια.

(Υποδ. Χρησιμοποιήστε τη σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ για κατάλληλο a ή παραλλαγές αυτής.)

4) Από σημειώσεις, σελ. 37, οι Ασκήσεις 11, 12.