

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρασκευή 13 Νοεμβρίου 2026

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός ΙΙΙ

Φυλλάδιο 8

1) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int\int_{S^+} z dS$ όπου S^+ είναι το άνω ημισφαίριο ακτίνας R δηλ. τα σημεία (x, y, z) με $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$.

2). Βρείτε το εμβαδόν του τμήματος της μοναδιαίας σφαίρας που αποκόπτεται απο τον κώνο

$$z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\ .$$

3). Η κλειστή επιφάνεια S αποτελείται απο το ημισφαίριο

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \qquad z > 0,$$

και τη βάση του

$$x^2 + y^2 \leq 1, \qquad z = 0,$$

με προσανατολισμό του μοναδιαίου διανύσματος προς τα έξω του ημισφαιρίου. Αν

$$\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k},$$

Υπολογίστε το επιφανειακό ολοκλήρωμα β′ είδους

$$\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}.$$

4) Υπολογίστε το επιφανειακό ολοκλήρωμα $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$ όπου

$$\mathbf{F} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + z(x^2 + y^2)\mathbf{k},$$

και S η επιφάνεια του κυλίνδρου

$$x^2 + y^2 \leq 1, \qquad 0 \leq z \leq 1,$$

με προσανατολισμό του μοναδιαίου κάθετου προς τα έξω απο τον κύλινδρο. (Η S αποτελείται από τρείς επιφάνειες: την πλευρική και την άνω και κάτω βάση).

Παράδοση: Πέμπτη 19 Νοεμβρίου την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)