



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρασκευή 9 Οκτωβρίου 2026

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός ΙΙΙ

Φυλλάδιο 3

1). Αν  $D$  είναι ο μοναδιαίος δίσκος στο επίπεδο, υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (1 + x^2 + y^2)^{3/2} dx dy ,$$

με χρήση πολικών συντεταγμένων.

2). Αν  $D$  είναι το χωρίο που φράσσεται από τις ευθείες  $x + y = 1$ ,  $x + y = 4$ ,  $x - y = -1$ ,  $x - y = 1$ , υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I = \int \int_D (x + y)^2 e^{x-y} dx dy ,$$

κάνοντας χρήση της αλλαγής μεταβλητών,  $u = x + y$ ,  $v = x - y$ . (  $I = \frac{21}{2}(e - e^{-1})$  )

3). Η απεικόνιση  $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ ,  $T(u, v) = (u^2 - v^2, 2uv) = (x, y)$ , μετασχηματίζει το ορθογώνιο  $1 \leq u \leq 2$ ,  $1 \leq v \leq 3$  του επιπέδου  $uv$  σε ένα χωρίο  $D$  του επιπέδου  $xy$ .

(α) Να αποδείξετε ότι ο  $T$  είναι 1-1.

(β) Να βρεθεί το εμβαδόν του  $D$ . (  $A(D) = 160/3$  )

4). Βρείτε τον όγκο  $V$  του στερεού που περικλείεται από το παραβολοειδές  $z = 2x^2 + y^2$  και τον κύλινδρο  $z = 4 - y^2$ . (  $V = 4\pi$  )

Παράδοση: Πέμπτη 15 Οκτωβρίου την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)