



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρασκευή 2 Οκτωβρίου 2026

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός ΙΙΙ

Φυλλάδιο 2

1). Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^{\sqrt{\pi}} \int_y^{\sqrt{\pi}} \cos(x^2) dx dy$.

2). Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 \int_{y^2}^1 \int_0^{1-x} x dz dx dy$. Σχεδιάστε το χωρίο πάνω στο οποίο γίνεται η ολοκλήρωση. Στη συνέχεια γράψτε το τριπλό ολοκλήρωμα στη σειρά $I = \int \int \int x dy dx dz$ και υπολογίστε το ξανά. (Απ: $I = 4/35$)

3). Δίδεται το τετράεδρο W που περικλείεται από τα επίπεδα

$$x = 0, \quad z = 0, \quad x = 2y, \quad x + 2y + z = 2.$$

(α) Δείξτε ότι το W περιγράφεται από τις σχέσεις

$$0 \leq x \leq 1, \quad \frac{x}{2} \leq y \leq 1 - \frac{x}{2}, \quad 0 \leq z \leq 2 - x - 2y.$$

(β) Βρείτε τον όγκο V του τετραέδρου W . (Απ: $V = 1/3$)

4). Υπολογίστε τον όγκο του χωρίου W που περικλείεται από τα επίπεδα $z = 0$, $z = 2x$ και τον κύλινδρο $x^2 + y^2 = 1$. (Απ: $V = 4/3$)

5). Υπολογίστε το τριπλό ολοκλήρωμα της $f(x, y, z) = z$ πάνω στο χωρίο που περιγράφεται από τις σχέσεις

$$x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad y \geq 3x, \quad 9 \geq y^2 + z^2.$$

(Απ: $27/8$)