



Πέμπτη 14 Μαρτίου 2024

Σ. Φίλιππας

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

Φυλλάδιο 5

1). Να λυθεί η εξίσωση

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0,$$
$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}.$$

2). Έστω η εξίσωση

$$u_{tt} - 4u_{xx} = 0, \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 - x^2, & |x| \leq 1, \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, \quad u_t(x, 0) = \begin{cases} 4, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}.$$

(i) Βρείτε το $u(x, 1)$.

(ii) Βρείτε το $\lim_{t \rightarrow \infty} u(5, t)$

3). Να λυθεί το πρόβλημα

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad t > \max\{x, -x\}, \quad t \geq 0.$$
$$u(x, t) = \begin{cases} \phi(t), & x = t, \quad t \geq 0, \\ \psi(t), & x = -t, \quad t \geq 0 \end{cases},$$

όπου ϕ, ψ είναι C^2 συναρτήσεις που ικανοποιούν $\phi(0) = \psi(0)$. Στη συνέχεια δείξτε ότι είναι καλώς τεθειμένο.